

Nepotpune kvadratne jednačine

Za kvadratnu jednačinu $ax^2 + bx + c = 0$, $a \neq 0$ kažemo da je nepotpuna ako je $b = 0$ ili $c = 0$.

Primjeri nepotpunih kvadratnih jednačina:

$$1) x^2 = 0 \quad 2) 36x^2 = 0 \quad 3) \frac{3}{8}x^2 = 0 \quad 4) 4x^2 - 169 = 0 \quad 5) x^2 + 1\frac{7}{9} = 0 \quad 6) 9x^2 = 4$$

Jednačine tipa $ax^2 = 0, a \neq 0$ ekvivalentna je jednačini $x = 0$. Dakle, jedino rješenje jednačine $ax^2 = 0, a \neq 0$ je $x_1 = 0$.

Primjer 1:

$$36x^2 = 0 \quad /: 36$$

$$x^2 = 0$$

$$x = 0$$

Prilikom rješavanja jednačine tipa $ax^2 + c = 0, c \neq 0$, pošto je $a \neq 0$ jednačina je ekvivalentna sa jednačinom $x^2 = -\frac{c}{a}$, odnosno važi $x = \pm \sqrt{-\frac{c}{a}}$. Dakle u ovom slučaju jednačina ima dva kompleksna rješenja ako su a i b istog znaka, odnosno dva realna suprotna rješenja ako su a i b suprotnog znaka.

Primjer 2:

$$x^2 + 25 = 0$$

$$x^2 = -25$$

$$x_1 = \sqrt{-25} = 5i \quad (\text{Objašnjene: } \sqrt{-25} = \sqrt{25} \cdot \sqrt{-1} = 5 \cdot \sqrt{i^2} = 5i)$$

$$x_2 = -\sqrt{-25} = -5i$$

Primjer 3:

$$x^2 - 64 = 0$$

$$x^2 = 64$$

$$x_1 = \sqrt{64} = 8$$

$$x_2 = -\sqrt{64} = -8$$

Jednačina $ax^2 + bx = 0, b \neq 0$ je ekvivalentna sa $x(ax + b) = 0$ odakle se dobija

$$x = 0 \vee ax + b = 0. \text{ Kako je } a \neq 0 \text{ dobijaju se dva realna rješenja } x_1 = 0 \vee x_2 = -\frac{b}{a}.$$

Primjer 4:

$$2x^2 + 6x = 0$$

$$2x(x + 3) = 0$$

$$x_1 = 0 \vee x + 3 = 0$$

$$x_2 = -3$$

Zadatak: Riješiti jednačine:

$$a) \frac{3}{4}x^2 - 1\frac{2}{3}x = \frac{1}{3}x^2 + x$$

$$b) (x - 2)^2 + (2x + 3)^2 = 13 - 4x$$

$$c) (2x - 15)(2x - 7) - (x - 36)(x - 8) + 36 = 0$$

Rješenje:

$$\text{a) } \frac{3}{4}x^2 - 1\frac{2}{3}x = \frac{1}{3}x^2 + x$$

$$\frac{3}{4}x^2 - \frac{5}{3}x - \frac{1}{3}x^2 - x = 0 \quad / \cdot 12$$

$$9x^2 - 20x - 4x^2 - 12x = 0$$

$$5x^2 - 32x = 0$$

$$x(5x - 32) = 0$$

$$x_1 = 0 \quad \vee \quad 5x - 32 = 0$$

$$x_2 = \frac{32}{5}$$

$$\text{b) } (x - 2)^2 + (2x + 3)^2 = 13 - 4x$$

$$x^2 - 4x + 4 + 4x^2 + 12x + 9 - 13 + 4x = 0$$

$$5x^2 + 12x = 0$$

$$x(5x + 12) = 0$$

$$x_1 = 0 \quad \vee \quad 5x + 12 = 0$$

$$x_2 = -\frac{12}{5}$$

$$\text{c) } (2x - 15)(2x - 7) - (x - 36)(x - 8) + 36 = 0$$

$$4x^2 - 14x - 30x + 105 - (x^2 - 8x - 36x + 288) + 36 = 0$$

$$4x^2 - 44x + 105 - x^2 + 44x - 288 + 36 = 0$$

$$3x^2 - 147 = 0$$

$$x^2 = \frac{147}{3}$$

$$x^2 = 49$$

$$x_1 = 7, x_2 = -7$$